Über rotierende Tische

Mögliches Thema für eine Bachelorarbeit (🎓 Technische Mathematik)

Eine Übungsaufgabe zum Taubenschlagprinzip aus den „Kombinatorischen Strukturen“ lautet wie folgt:

> Gegeben ist ein runder Tisch mit fünfzehn Sesseln und fünfzehn Namensschildern für fünfzehn Gäste. Als sich die Gäste setzen, bemerken sie zunächst die Namensschilder nicht. Zufällig setzen sie sich so hin, dass keiner von ihnen vor seinem Namensschild zu sitzen kommt. Zeigen Sie, dass man den Tisch so rotieren kann, dass mindestens zwei der Gäste vor ihrem richtigen Namensschild sitzen.

Während es nicht allzu schwer ist, die Situation in diesem konkreten Beispiel zu analysieren, ist im Allgemeinen dadurch aber noch nicht alles erklärt.

Ein Tisch wird rotiert.

Kurzbeschreibung

Die Sitzordnung von Personen am Tisch lässt sich durch eine Permutation σ beschreiben. Eine Rotation des Tisches entspricht einem zyklischen Shift von σ. Die Fixpunkte der Permutation entsprechen dann den Personen, die vor ihrem eigenen Namensschild sitzen.

Im Beispiel wird die Annahme getroffen, dass zu Beginn keine Person richtig sitzt, um dann das Taubenschlagprinzip anwenden zu können. Aber: wie viele Permutationen werden so ausgeschlossen? D.h., wie sehen die Permutationen aus, die nach jedem Shift mindestens einen Fixpunkt haben? Und wie sind die Fixpunkte von Permutationen unter zyklischen Shifts üblicherweise verteilt?

Verändert man die Ausgangslage derart, dass verschiedene Personen auch den gleichen Namen haben dürfen (und es damit gleiche Namensschilder gibt), wechselt man in der mathematischen Modellierung von Permutationen zu Worten – und auch dort stellen sich die gleichen Fragen.

Ziel der Arbeit ist es, ...

- jene Permutationen zu charakterisieren, die nach jedem zyklischen Shift mindestens einen Fixpunkt haben,
- einen (effizienten?) Algorithmus zu entwerfen, der derartige Permutationen findet / erzeugt,
- die Situation auch im Fall gleicher Namen (und damit identer Namensschilder) zu untersuchen.

Inhaltliche Verankerung

Experimente	*Bijektionen*	*Coding*
★★⯪	★⯪☆	★★☆

Kontakt

Benjamin Hackl
Institut für Mathematik • N.2.18
`benjamin.hackl@aau.at`

Mehr Informationen und weitere Themen aus dem Bereich der diskreten Mathematik jederzeit auf Anfrage! ☺