Von Büchern, Tauben und den Türmen von Hanoi

Ein Streifzug durch die *Nichtschulmathematik*

Benjamin Hackl • Roswitha Rissner

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Institut für Mathematik

Wer? Und warum?

Wer?

Benjamin Hackl

- Matura 2012 @ Viktring
- Postdoc @ AAU / Math

Roswitha Rissner

- Matura 2003 @ Graz
- Postdoc @ AAU / Math

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Wer? Und warum?

Wer?

Benjamin Hackl

- Matura 2012 @ Viktring
- Postdoc @ AAU / Math

Roswitha Rissner

- Matura 2003 @ Graz
- Postdoc @ AAU / Math

Warum?

- Themen für **VWAs!**
- Mathematik, für die im Unterricht oft zu wenig Zeit bleibt:
  - Anwendungen im *echten Leben* ☺
  - Systematische Erfassung und Lösung von Problemen
  - Fokus auf „Warum?“ (Beweistechniken!)

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Block 1

Codierungstheorie

Problem: Übertragungsfehler

- Fehler bei Datenübertragungen passieren!

$$1110110101 \rightsquigarrow 1110111101$$

$$10\,€ \rightsquigarrow 100\,€$$

Problem: Übertragungsfehler

- Fehler bei Datenübertragungen passieren!

$$1110110101 \rightsquigarrow 1110111101$$

$$10\,€ \rightsquigarrow 100\,€$$

- **Was können wir jetzt tun? Was wollen wir überhaupt?**

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Problem: Übertragungsfehler

- Fehler bei Datenübertragungen passieren!

$$1110110101 \quad \rightsquigarrow \quad 1110111101$$

$$10\,€ \quad \rightsquigarrow \quad 100\,€$$

- **Was können wir jetzt tun? Was wollen wir überhaupt?**
- Einfache Idee: Wiederhole Daten!

$$101 \longrightarrow 101101 \quad \rightsquigarrow \quad 101111 \longrightarrow ???$$

Problem: Übertragungsfehler

- Fehler bei Datenübertragungen passieren!

$$1110110101 \quad \rightsquigarrow \quad 1110111101$$

$$10\,€ \quad \rightsquigarrow \quad 100\,€$$

- **Was können wir jetzt tun? Was wollen wir überhaupt?**
- Einfache Idee: Wiederhole Daten!

$$101 \longrightarrow 101101 \quad \rightsquigarrow \quad 101111 \longrightarrow ???$$

$$101 \longrightarrow 101101101 \quad \rightsquigarrow \quad 101111101 \longrightarrow 101$$

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Problem: Übertragungsfehler

- Fehler bei Datenübertragungen passieren!

$$1110110101 \quad \rightsquigarrow \quad 1110111101$$

$$10\,€ \quad \rightsquigarrow \quad 100\,€$$

- **Was können wir jetzt tun? Was wollen wir überhaupt?**
- Einfache Idee: Wiederhole Daten!

$$101 \longrightarrow 101101 \quad \rightsquigarrow \quad 101111 \longrightarrow ???$$

$$101 \longrightarrow 101101101 \quad \rightsquigarrow \quad 101111101 \longrightarrow 101$$

- Gibt es geschicktere Vorgehensweisen?

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

EAN/ISBN

ISBN 0-471-98232-6
9 780471 982326

ISBN 0-521-39791-X
780521 397919

ISBN 978-3-211-75355-2
9 783211 753552

49 02778 913963

MADE IN GERMANY
Art. Nr. 351-3
EAN 40 07817 328811
whiteboard marker

8 710671 087843

IBAN

AT42 3900 0000 0251 5039

IBAN

AT42	3900 0000 0251 5039
3900 0000 0251 5039	AT42

IBAN

AT42 3900 0000 0251 5039

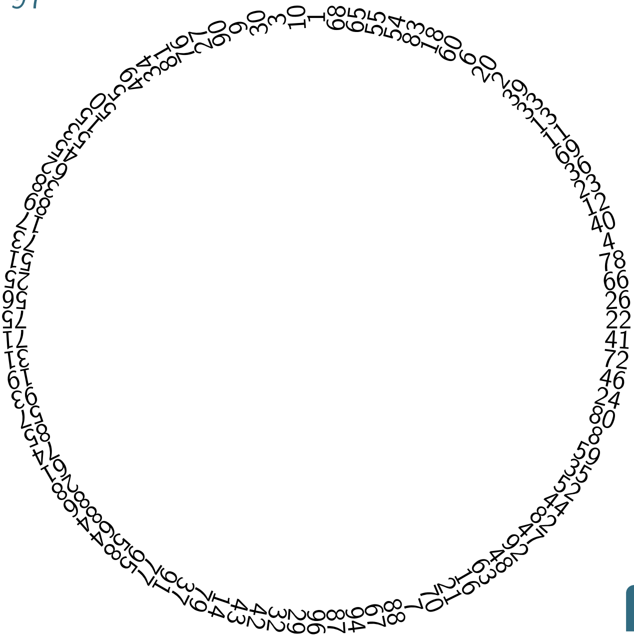
3900 0000 0251 5039 AT42

A	10	F	15	K	20	P	25	U	30
B	11	G	16	L	21	Q	26	V	31
C	12	H	17	M	22	R	27	W	32
D	13	I	18	N	23	S	28	X	33
E	14	J	19	O	24	T	29	Y	34

3900 0000 0251 5039 102942

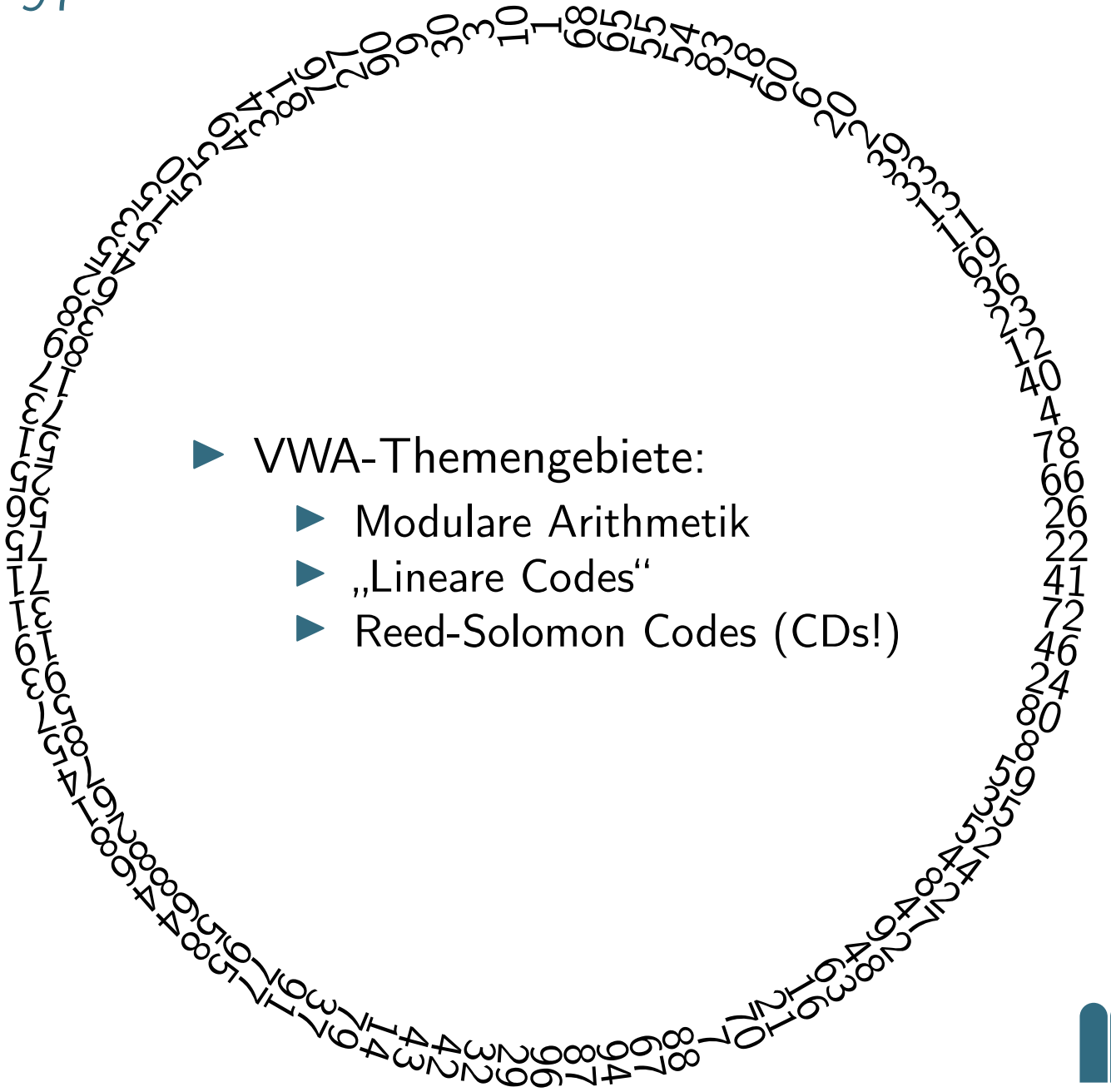
$$3900\,0000\,0251\,5039\,102942 = 40206185592938547453 \cdot 97 + 1$$

$10^i \mod 97$



UNIVERSITÄT KLAGENFURT

$10^j \mod 97$



- VWA-Themengebiete:
  - Modulare Arithmetik
  - „Lineare Codes“
  - Reed-Solomon Codes (CDs!)

Block 2

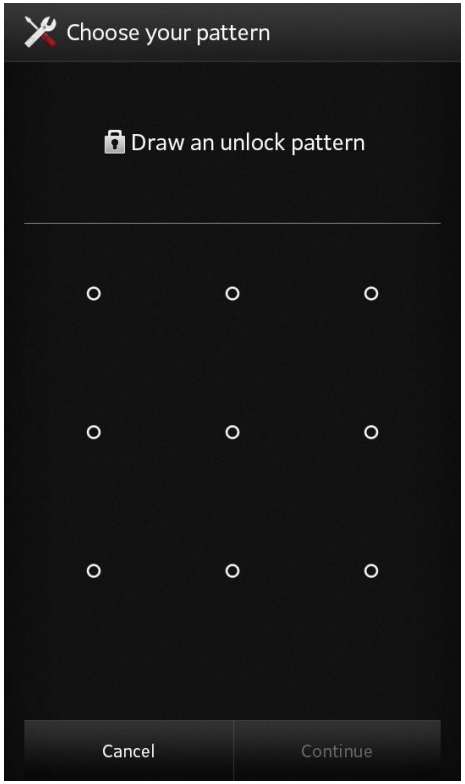
Zählen ist schwer!

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Wozu Zählen?

Beispiel: Lockscreen-Kombinationen

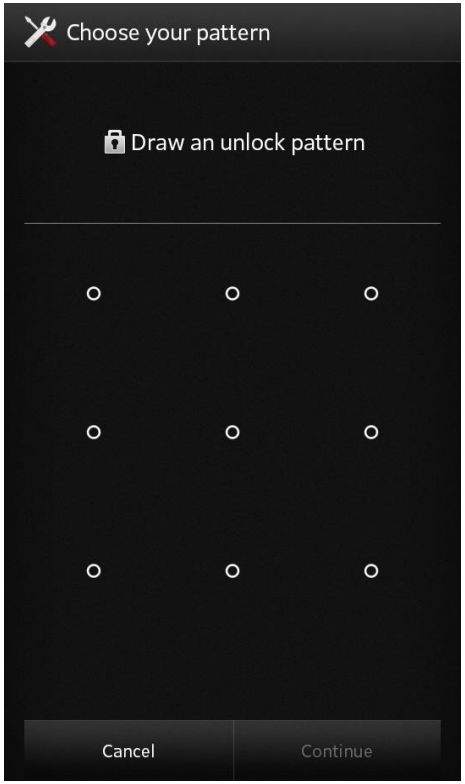
- 4 – 9 Zahlen, nicht alle Muster möglich!



Wozu Zählen?

Beispiel: Lockscreen-Kombinationen

- 4 – 9 Zahlen, nicht alle Muster möglich!
- Viele Möglichkeiten $\rightarrow$ Sicherheit!*

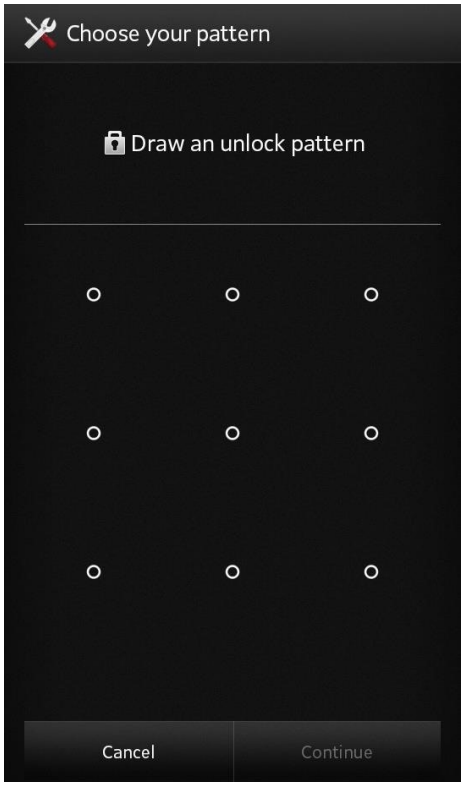


Wozu Zählen?

Beispiel: Lockscreen-Kombinationen

- 4 – 9 Zahlen, nicht alle Muster möglich!
- Viele Möglichkeiten $\rightarrow$ Sicherheit!*

- Anzahl nur durch „Durchprobieren“ ermittelbar!

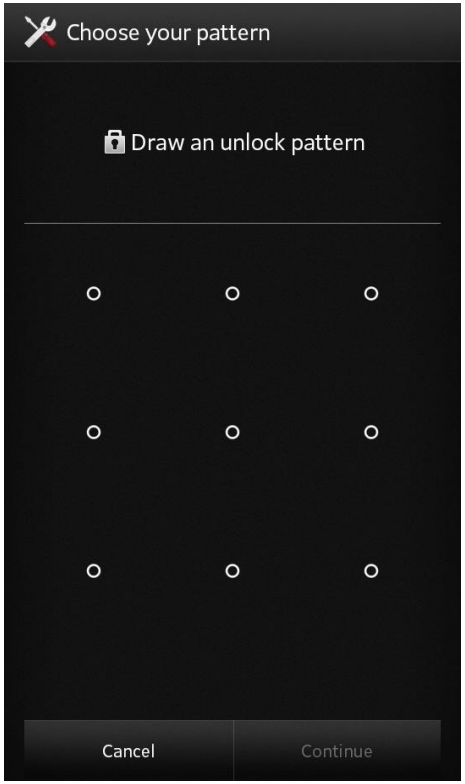


Wozu Zählen?

Beispiel: Lockscreen-Kombinationen

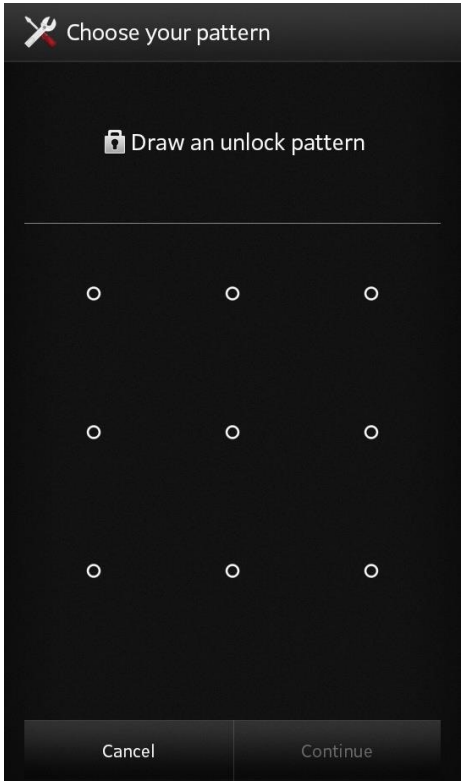
- 4 – 9 Zahlen, nicht alle Muster möglich!
- Viele Möglichkeiten $\rightarrow$ Sicherheit!*

- Anzahl nur durch „Durchprobieren“ ermittelbar!
- **389112** Möglichkeiten



Wozu Zählen?

Beispiel: Lockscreen-Kombinationen



- 4 – 9 Zahlen, nicht alle Muster möglich!
- Viele Möglichkeiten $\rightarrow$ Sicherheit!*

- Anzahl nur durch „Durchprobieren“ ermittelbar!
- **389112** Möglichkeiten

- Wunsch: *„Zählen ohne Zählen“*

Haariges Kärnten

- Gibt es in Kärnten **zwei Personen** (keine Glatzköpfe) mit der **gleichen Anzahl von Haaren am Kopf?**

Haariges Kärnten

- Gibt es in Kärnten **zwei Personen** (keine Glatzköpfe) mit der **gleichen Anzahl von Haaren am Kopf?**

- Einwohnerzahl Kärnten: 560.898
- Durchschnittliche Haaranzahl:
  - bei Blonden ca. 150.000
  - bei Rothaarigen ca. 80.000

Haariges Kärnten

- Gibt es in Kärnten **zwei Personen** (keine Glatzköpfe) mit der **gleichen Anzahl von Haaren am Kopf?**

- Einwohnerzahl Kärnten: 560.898
- Durchschnittliche Haaranzahl:
  - bei Blonden ca. 150.000
  - bei Rothaarigen ca. 80.000
- Also **JA**: es gibt nicht genügend verschiedene „Haar-Zahlen“!

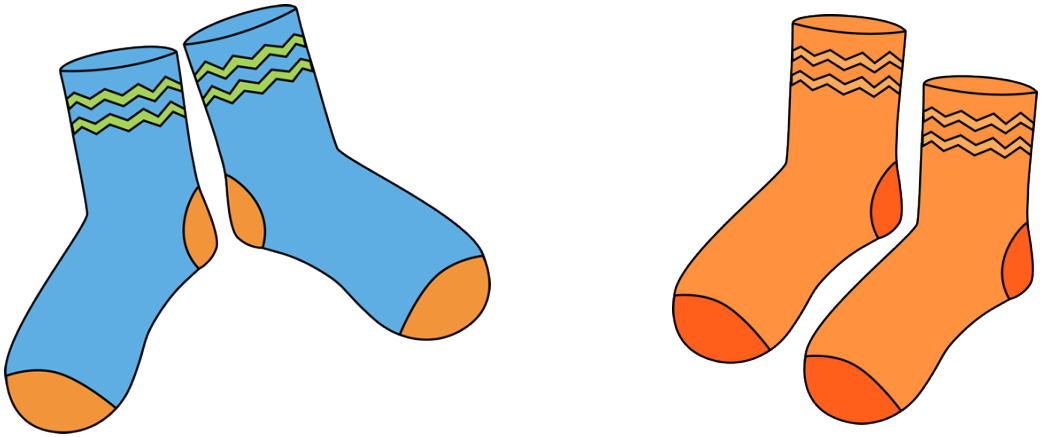
UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Das Taubenschlagprinzip

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Socken im Wäschetrockner

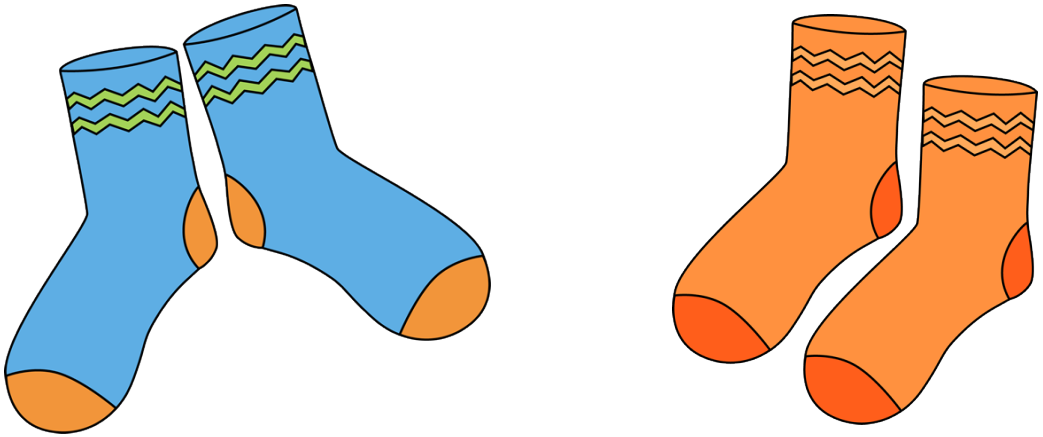
Georg hat 5 Paar blaue und 5 Paar orange Socken im Trockner. Er greift hinein ohne hinzusehen.



- Wie viele Socken muss er mindestens herausnehmen, um jedenfalls ein *Paar gleicher Farbe* zu haben?

Socken im Wäschetrockner

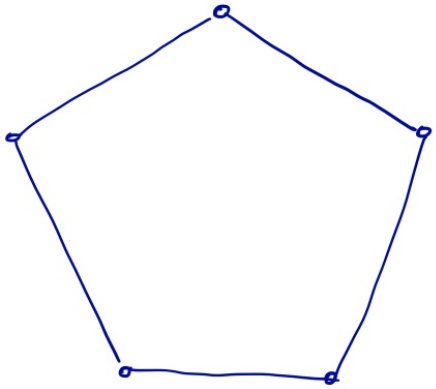
Georg hat 5 Paar blaue und 5 Paar orange Socken im Trockner. Er greift hinein ohne hinzusehen.

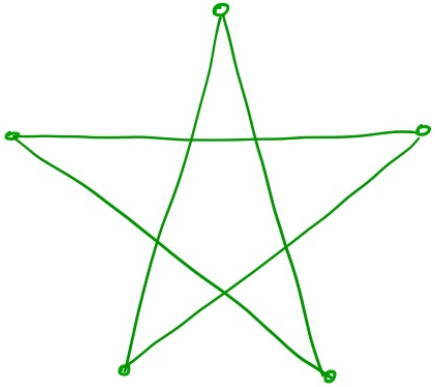


- Wie viele Socken muss er mindestens herausnehmen, um jedenfalls ein *Paar gleicher Farbe* zu haben?
- Wie viele, um jedenfalls ein *oranges Paar* zu haben?

VWA-Themengebiete

- Elementare kombinatorische Beweistechniken
  - Schubfachschluss, Beweis durch Bijektion, ...
- Anwendungen in der Informatik
  - Datenstrukturen sind kombinatorische Objekte!
- **Ramsey-Theorie**
  - *Theorem on Friends and Strangers* + mehr ...





Epilog

Weitere Themengebiete

- Analyse von Zwei-Personen-Strategiespielen (zB Tic-Tac-Toe und ähnliches)
- Algorithmen auf Graphen (zB kürzeste Wege, Spannbäume, ...)
- Differentialgleichungen 2. Ordnung (Motivation: Schwingungsvorgänge in Mechanik)
- Numerische Verfahren für Differentialgleichungen
- Differenzengleichungen und Anwendungen (Räuber-Beute-Modell)
- Geschichte der Mathematik (zB: Seit wann gibt es irrationale Zahlen?)

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Weitere Themengebiete

- Kryptographie!
  - Asymmetrische Verschlüsselungsverfahren (zB RSA)
  - Elliptische Kurven Kryptographie
- Finanzmathematik
  - Versicherungsmathematik
  - Preisbewertung von Finanzoptionen
  - Aktienkurse
- Mathematik und Design (Goldener Schnitt; Parkettierungen [M. C. Escher!])
- Mathematik in der Musik (Harmonielehre)

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

- **Mehr Nichtschulmathematik?** Mathematik-Olympiade!
  `https://www.math.aau.at/OeMO/A-Kurs/`
- **TeWi-SchülerInnenpreise** für Vorwissenschaftliche Arbeiten:
  `https://www.aau.at/schuelerinnen-und-schueler/tewi-schuelerinnenpreise/`
  (Deadline: 12. April 2019)
- **Studieren in Klagenfurt?** Tag der offenen Tür: *März 2020*
- **Ferialjob?** IT-Ferialpraktikum!
  `https://www.aau.at/technik-studieren/it-ferialpraktikum/`

- **Sonstige Fragen?**
  - `benjamin.hackl@aau.at`
  - `roswitha.rissner@aau.at`

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Von Büchern, Tauben und den Türmen von Hanoi

Ein Streifzug durch die *Nichtschulmathematik*

Benjamin Hackl • Roswitha Rissner

UNIVERSITÄT KLAGENFURT

Institut für Mathematik