

Block 1: Codierungstheorie.

1. **EAN/GTIN:** Multipliziere die Ziffern, von rechts beginnend, abwechselnd mit 1 und 3 und summiere die erhaltenen Zahlen. Das Ergebnis muss durch 10 teilbar sein.
 - (a) Prüfe die EAN 8710671087843 und bestimme die Prüfziffer der EAN 9009777?
 - (b) Rekonstruiere die fehlende Ziffer der EAN 40046750046?8.
 - (c) Modifiziere zwei aufeinanderfolgende Ziffern von 8710671027243, sodass sich wieder eine gültige EAN ergibt.
 - (d) Kann man stets erkennen, wenn eine Ziffer verändert wurde? (Warum? Gegenbeispiel?)
 - (e) Kann man stets erkennen, wenn zwei Ziffern vertauscht wurden? (Warum? Gegenbeispiel?)
2. **ISBN-10:** Multipliziere die Zahlen, beginnend von rechts, mit 1, 2, ..., 10; summiere die erhaltenen Zahlen. Das Ergebnis muss durch 11 teilbar sein. Die rechteste Ziffer (Prüfziffer) kann „X“ sein, was für 10 steht.
 - (a) Prüfe die ISBN 0-471-98232-6 und bestimme die Prüfziffer der ISBN 0-387-90518-?.
 - (b) Rekonstruiere die fehlende Ziffer der ISBN 3-54?-90518-9.
 - (c) Kann man stets erkennen, wenn eine Ziffer verändert wurde? (Warum? Gegenbeispiel?)
 - (d) Kann man stets erkennen, wenn zwei Ziffern vertauscht wurden? (Warum? Gegenbeispiel?)

Block 2: Taubenschlagprinzip. Angenommen, $n > m$. Werden n Bälle auf m Kästchen aufgeteilt, so gibt es jedenfalls ein Kästchen das zwei Bälle enthält. Konkret: 11 Bälle passen nur in 10 Kästchen, wenn in einem Kästchen zumindest zwei Bälle sind.

1. Eine Schublade enthält 6 Paare schwarze, 5 Paare weiße, 5 Paare rote und $3\frac{1}{2}$ Paare grüne Socken.
 - (a) Wie viele einzelne Socken müssen wir herausnehmen um sicherzugehen, dass wir zwei Socken mit derselben Farbe erhalten?
 - (b) Wie viele einzelne Socken müssen wir herausnehmen um sicherzugehen, dass wir zwei Socken mit unterschiedlichen Farben erhalten?
 - (c) Wie viele einzelne Socken müssen wir herausnehmen um sicherzugehen, dass wir zwei grüne Socken erhalten?
 - (d) Wie viele einzelne Socken müssen wir herausnehmen um sicherzugehen, dass wir mindestens eine Socke jeder Farbe erhalten?
2. In jeder Gruppe von mindestens zwei Personen gibt es zwei, welche die gleiche Anzahl von Bekannten innerhalb der Gruppe haben.
3. In einem Raum steht ein runder Tisch mit fünfzehn Sesseln und fünfzehn Namensschilder für fünfzehn Gäste. Als sich die Gäste setzen, bemerken sie zunächst die Namensschilder nicht und setzen sich zufällig so hin, dass keiner von ihnen vor dem zugehörigen Namensschild sitzt. Zeige, dass man den Tisch so rotieren kann, dass mindestens zwei der Gäste vor dem richtigen Namensschild sitzen.
4. Die Punkte mit ganzzahligen Koordinaten im \mathbb{R}^2 werden mit je einer von sechs Farben gefärbt. Zeige, dass es immer ein monochomatisches Rechteck (ein Rechteck, dessen Eckpunkte die gleiche Farbe haben) gibt.

Block 3: Folgen und Rekursionen. Durch Rekursionen kann man „große“ Probleme auf „kleinere“ Probleme reduzieren. Versucht, bei den folgenden Beispielen zunächst sehr kleine Werte von n zu betrachten – und überlegt erst dann, wie ein Problem reduziert werden könnte!

1. Wir wollen ein ungewöhnliches Schachbrett mit zwei Zeilen und n Spalten mit Dominosteinen überdecken. Ein Dominostein überdeckt genau ein Feld der Größe 2×1 bzw. 1×2 . Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür? (Hinweis: Wie kann so eine Überdeckung anfangen?)
2. Ein Staubsaugerverkäufer muss in einer Straße mit Hausnummern 1, 2, ..., n Staubsauger verkaufen. Allerdings warnen die Bewohner eines Hauses, das er besucht, deren Nachbarn – sodass diese die Tür dann nicht mehr öffnen. (Als Beispiel: wenn er Haus 4 besucht, so kann er weder 3 noch 5 besuchen.) Auf wie viele Möglichkeiten kann er die Häuser besuchen? (Hinweis: Fallunterscheidung – was, wenn er Haus n besucht? Was, wenn nicht?)