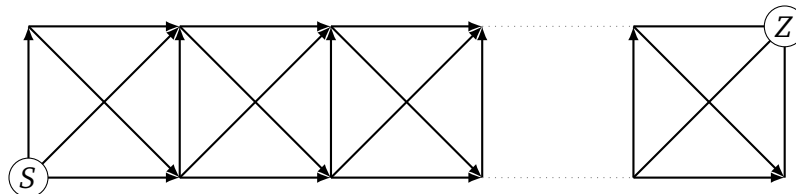


Übungen zu Kombinatorik

Vorbemerkung. Zum Rechnen mancher der folgenden Aufgaben empfiehlt sich der Einsatz eines Computeralgebra-Systems. Hierzu sei die quelloffene Mathematik-Software *SageMath* (siehe <https://sagemath.org> bzw. <https://cloud.sagemath.org>) empfohlen.

- 1) Berechnen Sie möglichst direkt und einfach:
 - (a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 10 Personen in 2er-Teams einzuteilen?
 - (b) Wie viele Teilmengen von $\{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ mit **zumindest einer** ungeraden Zahl gibt es?
 - (c) Wie viele Folgen bestehend aus 4 Nullen und 8 Einsen gibt es, die keine aufeinanderfolgenden Nullen haben?
- 2) Wir betrachten Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, die keine aufeinanderfolgenden Nullen haben.
 - (a) Bestimmen Sie zunächst, wie im Vortrag, einen akzeptierenden Automaten und daraus einen zugehörigen regulären Ausdruck.
 - (b) Wie lautet die entsprechende kombinatorische Klasse dieser Sprache?
 - (c) Bestimmen Sie die erzeugende Funktion und daraus die Anzahl solcher Worte der Länge 100.
- 3) Es sei $n \in \mathbb{N}$. Wir betrachten n nebeneinander liegende Quadrate, in denen Einbahnstrecken eingezeichnet sind:



Wie viele Möglichkeiten gibt es, von S nach Z zu kommen?

- 4) Vorsicht, (mathematisch) knifflig: Sie sitzen in einer Vorlesung und bemerken, dass jemand auf Ihren Tisch 10 Punkte hingemalt hat. Da Sie gerade 10 gleiche Münzen in Ihrer Geldtasche haben, geht Ihnen folgende Frage durch den Kopf: ist es immer möglich, die 10 Punkte mit den Münzen zu überdecken? (Die Münzen dürfen nicht übereinander gelegt werden. Nicht alle Münzen müssen verwendet werden; mehrere Punkte mit einer Münze zu überdecken ist erlaubt.)